UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

TRABAJO DOMICILIARIO:

NONBRE Y APELLIDOS:

TUNI CASTRO CRISTHIAN 12130223

CURSO: METODOS NUMERICOS I

TEMA: METODOS DE EULER Y RUNGE-KUTTA 4orden

CICLO: VI

PROFESOR: ROMERO Y OTINIANO, PEDRO JOSE

FECHA DE ENTREGA: 12/12/14



**Problema 25.19**

Si se supone que el arrastre es proporcional al cuadrado de la velocidad, se puede modelar la velocidad de un objeto que cae ,como un paracaidista, por medio de la ecuación diferencial siguiente :

Donde V es la velocidad (m/s) ,t=tiempo(s),g es la aceleración de la gravedad (9.81 m/s2), Cd= coeficiente de arrastre de segundo orden (Kg/m) y m=masa(Kg).Resuelva para la velocidad y distancia que recorre un objeto de 90 Kg con coeficiente de arrastre de 0.225 Kg/m.Si la altura inicial es de 1Km,determine en que momento choca con el suelo. Obtenga la solución a)el método de Euler. b)el método de RK de cuarto orden.

**SOLUCION:**

**Datos:**

g=9.81 m/s2

Cd=0.225 Kg/m

M=90 Kg

t(0)=1000

Multiplicando por

**Definiendo** a=

Separando variable e integrando

Integrando:

Como v=0 para t=0,entonces C1=0

Despejando

Pero

**Pero también:**

**Reemplazando datos:**

**Por Euler:**

**Funciones:**

function dydx = derivs(f,x,y)

f=inline(f);

dydx=f(x,y);

end

function [x ynew ] =euler(f,x,y,h)

dydx=derivs(f,x,y);

ynew=y+dydx\*h;

x=x+h;

end

function [ x y ] = intergator( f,x,y,h )

[x ynew ] =euler(f,x,y,h);

y=ynew;

end

**programa principal:**

clear all

clc

f=input('ingrese la edo:Dy/Dx=','s');

y=input('ingrese el valor inicial de la variable dependiente:');

xi=input('ingrese el valor inicial de la variable independiente:');

xf=input('ingrese el valor final de la variable independiente:');

dx=input('ingrese el tamaño de paso:');

x=xi;

m=0;

k=derivs(f,x,y);

y=y+1;

f2=dsolve('Dy= 1/(sqrt(9.81\*90/0.225)\*tanh(sqrt(9.81\*0.225/90)\*y))+x\*0','y(0)=0','x');

f2=inline(f2);

yv=abs(f2(x));

yv=yv(1);

y2=y-1;

fprintf('\n X Yverdadero Yeuler |et|(%%) \n')

fprintf('\n %3.2f %10.5f %10.5f \n ',x,yv,y2)

while (x<xf)

h=dx;

[ x y ] = intergator( f,x,y,h );

m=m+1;

k=derivs(f,x,y);

yv=abs(f2(x));

yv=yv(1);

et=abs(((yv-y)/yv))\*100;

y2=y-1;

fprintf('\n %3.2f %10.5f %10.5f %10.2f \n ',x,yv,y2,et)

end

Ejecutando:

ingrese la edo:Dy/Dx=1/(sqrt(9.81\*90/0.225)\*tanh(sqrt(9.81\*0.225/90)\*y))+x\*0

ingrese el valor inicial de la variable dependiente:0

ingrese el valor inicial de la variable independiente:0

ingrese el valor final de la variable independiente:1000

ingrese el tamaño de paso:50

X Yverdadero Yeuler |et|(%)

0.00 0.00000 0.00000

50.00 3.25967 5.13844 88.31

100.00 4.70551 6.21003 53.23

150.00 5.88124 7.19458 39.33

200.00 6.92852 8.12556 31.71

250.00 7.90085 9.02091 26.83

300.00 8.82488 9.89142 23.42

350.00 9.71596 10.74408 20.87

400.00 10.58369 11.58365 18.90

450.00 11.43447 12.41346 17.31

500.00 12.27272 13.23592 16.00

550.00 13.10158 14.05280 14.89

600.00 13.92335 14.86543 13.95

650.00 14.73973 15.67479 13.13

700.00 15.55198 16.48163 12.41

750.00 16.36105 17.28654 11.77

800.00 17.16767 18.08994 11.20

850.00 17.97241 18.89218 10.68

900.00 18.77568 19.69352 10.21

950.00 19.57782 20.49415 9.79

1000.00 20.37909 21.29425 9.40

Por runge kutta 4 orden:

Funciones:

function [k]=DeriRungekutta4(f,x,y)

k=f(x,y);

end

function [x,y]=Rungekutta4(f,x,y,n,h)

ym=zeros(1,n);

ye=zeros(1,n);

slope=zeros(1,n);

[k1]=DeriRungekutta4(f,x,y);

for i=1:n

ym(i)=y(i)+k1(i)\*h/2;

end

[k2]=DeriRungekutta4(f,x+h/2,ym);

for i=1:n

ym(i)=y(i)+k2(i)\*h/2;

end

[k3]=DeriRungekutta4(f,x+h/2,ym);

for i=1:n

ye(i)=y(i)+k3\*h;

end

[k4]=DeriRungekutta4(f,x+h,ye);

for i=1:n

slope(i)=(k1(i)+2\*(k2(i)+k3(i))+k4(i))/6;

y(i)=y(i)+slope(i)\*h;

end

x=x+h;

end

function [x,y]=Rungekutta4(f,x,y,n,h)

ym=zeros(1,n);

ye=zeros(1,n);

slope=zeros(1,n);

[k1]=DeriRungekutta4(f,x,y);

for i=1:n

ym(i)=y(i)+k1(i)\*h/2;

end

[k2]=DeriRungekutta4(f,x+h/2,ym);

for i=1:n

ym(i)=y(i)+k2(i)\*h/2;

end

[k3]=DeriRungekutta4(f,x+h/2,ym);

for i=1:n

ye(i)=y(i)+k3\*h;

end

[k4]=DeriRungekutta4(f,x+h,ye);

for i=1:n

slope(i)=(k1(i)+2\*(k2(i)+k3(i))+k4(i))/6;

y(i)=y(i)+slope(i)\*h;

end

x=x+h;

end

**programa principal:**

clear all

clc

f=input('Ingrese el EDO: Dy/Dx=','s');

f=inline(f,'x','y');

format bank

n=1;('Ingrese el numero de ecuaciones: ');

y=input('Ingrese el valor dependiente inicial : ');

xi=input('Ingrese el valor independiente inicial: ');

xf=input('Ingrese el valor independiente final: ');

dx=input('Ingrese el tamaño de paso: ');

xout=input('Ingrese el intervalo de salida: ');

y=y+1;

x=xi;

m=0;

xp(m+1)=x;

f2=dsolve('Dy= 1/(sqrt(9.81\*90/0.225)\*tanh(sqrt(9.81\*0.225/90)\*y))+x\*0','y(0)=0','x');

f2=inline(f2);

yv=abs(f2(x));

yv=yv(1);

y2=y-1;

fprintf('\n X Yverdadero YRK4 |et|(%%) \n')

fprintf('\n %3.2f %10.5f %10.5f \n ',x,yv,y2)

for i=1:n

yp(i,m+1)=y;

end

while x<xf

xend=x+xout;

if xend>xf

xend=xf;

end

h=dx;

[x,y]=IntegratorRungekutta4(f,x,y,n,h,xend);

m=m+1;

xp(m+1)=x;

for i=1:n

yp(i,m+1)=y;

end

yv=abs(f2(x));

yv=yv(1);

et=abs(((yv-y)/yv))\*100;

y2=y;

fprintf('\n %3.2f %10.5f %10.5f %10.2f \n ',x,yv,y2,et)

end

**Ejecutando:**

Ingrese el EDO: Dy/Dx=1/(sqrt(9.81\*90/0.225)\*tanh(sqrt(9.81\*0.225/90)\*y))+x\*0

Ingrese el valor dependiente inicial : 0

Ingrese el valor independiente inicial: 0

Ingrese el valor independiente final: 1000

Ingrese el tamaño de paso: 50

Ingrese el intervalo de salida: 50

X Yverdadero YRK4 |et|(%)

0.00 0.00000 0.00000

50.00 3.25967 3.59942 10.42

100.00 4.70551 4.96648 5.55

150.00 5.88124 6.10842 3.86

200.00 6.92852 7.13690 3.01

250.00 7.90085 8.09743 2.49

300.00 8.82488 9.01355 2.14

350.00 9.71596 9.89908 1.88

400.00 10.58369 10.76282 1.69

450.00 11.43447 11.61066 1.54

500.00 12.27272 12.44672 1.42

550.00 13.10158 13.27394 1.32

600.00 13.92335 14.09446 1.23

650.00 14.73973 14.90988 1.15

700.00 15.55198 15.72139 1.09

750.00 16.36105 16.52989 1.03

800.00 17.16767 17.33608 0.98

850.00 17.97241 18.14048 0.94

900.00 18.77568 18.94350 0.89

950.00 19.57782 19.74543 0.86

1000.00 20.37909 20.54654 0.82

**Problema 25.20**

Un tanque esférico tiene un orificio ccular en el fondo a través del cual fluya liquido (véase la figura P25.20).La tasa de flujo a través del agujero se calcula como:

Qsal=C\*A\*

Donde Qsal=flujo de salida(m3/s),C=coeficiente obtenido en forma empírica. A=área del orificio (m2), g=constante gravitacional (9.81 m/s2) y H=profundidad del liquido dentro del tanque.Emplee alguno de los métodos numéricos descritos en este capitulo a fin de determinar cuanto tiempo tomaría que el agua fluyera por completo de un tanque de 3m de diámetro con altura inicial de 2.75m .Observe que el orificio tiene un diámetro de 3cm y C=0.55.



Solucion

C=0.55

d=3cm 🡪 r=0.015m

D=3m 🡪 R=1.5m

g=9.81 m/s2

h(0)=2.75

Qsal=C\*A\*



Sea r: diámetro del orificio

Entonces:

Reemplazando datos:

Por Euler:

Programa principal:

clear all

clc

f=input('ingrese la edo:Dy/Dx=','s');

y=input('ingrese el valor inicial de la variable dependiente:');

xi=input('ingrese el valor inicial de la variable independiente:');

xf=input('ingrese el valor final de la variable independiente:');

dx=input('ingrese el tamaño de paso:');

if xi==0

xi=xi+0.00001;

xf=xf+0.00001;

end

x=xi;

m=0;

f2=dsolve('Dy= (2\*1.5\*x-x^2)/(0.55\*0.015^2\*sqrt(2\*9.81\*x))','y(0)=0','x');

f2=inline(f2);

yv=f2(x);

fprintf('\n X Yverdadero Yeuler |et|(%%) \n')

fprintf('\n %3.2f %10.5f %10.5f \n ',x,yv,y)

while (x<xf);

h=dx;

[ x y ] = intergator( f,x,y,h );

m=m+1;

yv=f2(x);

et=abs(((yv-y)/yv))\*100;

fprintf('\n %3.2f %10.5f %10.5f %10.2f \n ',x,yv,y,et)

end

Funciones:

function dydx = derivs(f,x,y)

f=inline(f);

dydx=f(x,y);

end

function [x ynew ] =euler(f,x,y,h)

dydx=derivs(f,x,y);

ynew=y+dydx\*h;

x=x+h;

end

function [ x y ] = intergator( f,x,y,h )

[x ynew ] =euler(f,x,y,h);

y=ynew;

end

ingrese la edo: Dy/Dx=(2\*1.5\*x-x^2)/(0.55\*0.015^2\*sqrt(2\*9.81\*x))+y\*0

ingrese el valor inicial de la variable dependiente:0

ingrese el valor inicial de la variable independiente:0

ingrese el valor final de la variable independiente:2.75

ingrese el tamaño de paso:0.1375

X Yverdadero Yeuler |et|(%)

0.00 0.00012 0.00000

0.14 180.93618 2.37973 98.68

0.28 497.26616 268.64781 45.98

0.41 886.93570 627.11313 29.29

0.55 1324.58611 1043.98627 21.18

0.69 1793.95652 1499.76871 16.40

0.83 2283.01908 1980.74909 13.24

0.96 2782.17611 2476.30751 10.99

1.10 3283.39948 2977.73265 9.31

1.24 3779.75554 3477.60328 7.99

1.38 4265.11632 3969.42648 6.93

1.51 4733.97146 4447.40855 6.05

1.65 5181.29903 4906.30127 5.31

1.79 5602.47319 5341.29383 4.66

1.93 5993.19592 5747.93411 4.09

2.06 6349.44511 6122.06960 3.58

2.20 6667.43430 6459.80196 3.11

2.34 6943.58064 6757.45126 2.68

2.48 7174.47921 7011.52750 2.27

2.61 7356.88192 7218.70735 1.88

2.75 7487.68007 7375.81505 1.49

Por runge kutta:

Programa principal:

clear all

clc

f=input('Ingrese el EDO: Dy/Dx=','s');

f=inline(f,'x','y');

format bank

n=1;('Ingrese el numero de ecuaciones: ');

y=input('Ingrese el valor dependiente inicial : ');

xi=input('Ingrese el valor independiente inicial: ');

xf=input('Ingrese el valor independiente final: ');

dx=input('Ingrese el tamaño de paso: ');

xout=input('Ingrese el intervalo de salida: ');

if xi==0 % para que no ocurra indeterminacion

xi=xi+0.001;

xf=xf+0.001;

end

x=xi;

m=0;

xp(m+1)=x;

f2=dsolve('Dy=(2\*1.5\*x-x^2)/(0.55\*0.015^2\*sqrt(2\*9.81\*x))','y(0)=0','x');

f2=inline(f2);

yv=f2(x);

fprintf('\n X Yverdadero YRK4 |et|(%%) \n')

fprintf('\n %3.2f %10.5f %10.5f \n ',x,yv,y)

for i=1:n

yp(i,m+1)=y;

end

while x<xf

xend=x+xout;

if xend>xf

xend=xf;

end

h=dx;

[x,y]=IntegratorRungekutta4(f,x,y,n,h,xend);

m=m+1;

xp(m+1)=x;

for i=1:n

yp(i,m+1)=y;

end

yv=f2(x);

et=abs(((yv-y)/yv))\*100;

fprintf('\n %3.2f %10.5f %10.5f %10.2f \n ',x,yv,y,et)

end

Funciones:

function [k]=DeriRungekutta4(f,x,y)

k=f(x,y);

end

function [x,y]=Rungekutta4(f,x,y,n,h)

ym=zeros(1,n);

ye=zeros(1,n);

slope=zeros(1,n);

[k1]=DeriRungekutta4(f,x,y);

for i=1:n

ym(i)=y(i)+k1(i)\*h/2;

end

[k2]=DeriRungekutta4(f,x+h/2,ym);

for i=1:n

ym(i)=y(i)+k2(i)\*h/2;

end

[k3]=DeriRungekutta4(f,x+h/2,ym);

for i=1:n

ye(i)=y(i)+k3\*h;

end

[k4]=DeriRungekutta4(f,x+h,ye);

for i=1:n

slope(i)=(k1(i)+2\*(k2(i)+k3(i))+k4(i))/6;

y(i)=y(i)+slope(i)\*h;

end

x=x+h;

end

function [x,y]=IntegratorRungekutta4(f,x,y,n,h,xend)

while x<xend

if (xend-x)<h

h=xend-x;

end

[x,y]=Rungekutta4(f,x,y,n,h);

end

end

Ingrese el EDO: Dy/Dx=(2\*1.5\*x-x^2)/(0.55\*0.015^2\*sqrt(2\*9.81\*x))+y\*0

Ingrese el valor dependiente inicial : 0

Ingrese el valor independiente inicial: 0

Ingrese el valor independiente final: 2.75

Ingrese el tamaño de paso: 0.1375

Ingrese el intervalo de salida: 0.1375

X Yverdadero YRK4 |et|(%)

0.00 0.11536 0.00000

0.14 182.85643 177.90463 2.71

0.28 499.84896 494.87268 1.00

0.41 889.93841 884.95812 0.56

0.55 1327.86855 1322.88701 0.38

0.69 1797.42008 1792.43801 0.28

0.83 2286.58736 2281.60502 0.22

0.96 2785.78642 2780.80393 0.18

1.10 3286.99842 3282.01584 0.15

1.24 3783.29638 3778.31373 0.13

1.38 4268.55736 4263.57467 0.12

1.51 4737.27493 4732.29220 0.11

1.65 5184.43029 5179.44754 0.10

1.79 5605.40021 5600.41744 0.09

1.93 5995.88880 5990.90602 0.08

2.06 6351.87579 6346.89300 0.08

2.20 6669.57629 6664.59349 0.07

2.34 6945.40882 6940.42601 0.07

2.48 7175.96965 7170.98684 0.07

2.61 7358.01176 7353.02894 0.07

2.75 7487.42739 7483.44457 0.07

3er PROBLEMA:

h=1; condiciones inciales: y(0)=2 desde: x=0 hasta x=4

.resolver por el método de Euler .resolver por el método de runge kutta 4 orden

Solucion

Por método Euler:

Funciones:

function [ x y ] = intergator( f,x,y,h )

[x ynew ] =euler(f,x,y,h);

y=ynew;

end

function [x ynew ] =euler(f,x,y,h)

dydx=derivs(f,x,y);

ynew=y+dydx\*h;

x=x+h;

end

function dydx = derivs(f,x,y)

f=inline(f);

dydx=f(x,y);

end

programa principal:

clear all

clc

f=input('ingrese la edo: Dy/Dx=','s');

y=input('ingrese el valor inicial de la variable dependiente:');

xi=input('ingrese el valor inicial de la variable independiente:');

xf=input('ingrese el valor final de la variable independiente:');

dx=input('ingrese el tamaño de paso:');

x=xi;

m=0;

f2=dsolve('Dy= 4\*exp(0.8\*x)-0.5\*y','y(0)=2','x');%OJO modificar con la ecuación que se va a resolver y V.I

f2=inline(f2);

yv=f2(x);

fprintf('\n X Yverdadero Yeuler |et|(%%) \n')

fprintf('\n %3.5f %10.5f %10.5f \n ',x,yv,y)

while (x<xf);

h=dx;

[ x y ] = intergator( f,x,y,h );

m=m+1;

yv=f2(x);

et=abs(((yv-y)/yv))\*100;

fprintf('\n %3.5f %10.5f %10.5f %10.2f \n ',x,yv,y,et)

end

ejecución:

ingrese la edo: Dy/Dx=4\*exp(0.8\*x)-0.5\*y

ingrese el valor inicial de la variable dependiente:2

ingrese el valor inicial de la variable independiente:0

ingrese el valor final de la variable independiente:4

ingrese el tamaño de paso:1

X Yverdadero Yeuler |et|(%)

0.00000 2.00000 2.00000

1.00000 6.19463 5.00000 19.28

2.00000 14.84392 11.40216 23.19

3.00000 33.67717 25.51321 24.24

4.00000 75.33896 56.84931 24.54

>>

Por método Runge Kutta 4 orden:

**Funciones:**

function [k]=DeriRungekutta4(f,x,y)

k=f(x,y);

end

function [x,y]=Rungekutta4(f,x,y,n,h)

ym=zeros(1,n);

ye=zeros(1,n);

slope=zeros(1,n);

[k1]=DeriRungekutta4(f,x,y);

for i=1:n

ym(i)=y(i)+k1(i)\*h/2;

end

[k2]=DeriRungekutta4(f,x+h/2,ym);

for i=1:n

ym(i)=y(i)+k2(i)\*h/2;

end

[k3]=DeriRungekutta4(f,x+h/2,ym);

for i=1:n

ye(i)=y(i)+k3\*h;

end

[k4]=DeriRungekutta4(f,x+h,ye);

for i=1:n

slope(i)=(k1(i)+2\*(k2(i)+k3(i))+k4(i))/6;

y(i)=y(i)+slope(i)\*h;

end

x=x+h;

end

function [x,y]=IntegratorRungekutta4(f,x,y,n,h,xend)

while x<xend

if (xend-x)<h

h=xend-x;

end

[x,y]=Rungekutta4,y,n,h);

end

end

**Programa principal:**

clear all

clc

f=input('Ingrese el EDO: Dy/Dx=','s');

f=inline(f,'x','y');

format bank

n=1;('Ingrese el numero de ecuaciones: ');

y=input('Ingrese el valor dependiente inicial : ');

xi=input('Ingrese el valor independiente inicial: ');

xf=input('Ingrese el valor independiente final: ');

dx=input('Ingrese el tamaño de paso: ');

xout=input('Ingrese el intervalo de salida: ');

if xi==0 %eso es para que no ocurra indeterminacion

xi=xi;

xf=xf;

end

x=xi;

m=0;

xp(m+1)=x;

f2=dsolve('Dy= 4\*exp(0.8\*x)-0.5\*y','y(0)=2','x');

f2=inline(f2);

yv=f2(x);

fprintf('\n X Yverdadero YRK4 |et|(%%) \n')

fprintf('\n %3.5f %10.5f %10.5f \n ',x,yv,y)

for i=1:n

yp(i,m+1)=y;

end

while x<xf

xend=x+xout;

if xend>xf

xend=xf;

end

h=dx;

[x,y]=IntegratorRungekutta4(f,x,y,n,h,xend);

m=m+1;

xp(m+1)=x;

for i=1:n

yp(i,m+1)=y;

end

yv=f2(x);

et=abs(((yv-y)/yv))\*100;

fprintf('\n %3.5f %10.5f %10.5f %10.2f \n ',x,yv,y,et)

end

ejecución:

Ingrese el EDO: Dy/Dx=4\*exp(0.8\*x)-0.5\*y

Ingrese el valor dependiente inicial : 2

Ingrese el valor independiente inicial: 0

Ingrese el valor independiente final: 4

Ingrese el tamaño de paso: 1

Ingrese el intervalo de salida: 1

X Yverdadero YRK4 |et|(%)

0.00000 2.00000 2.00000

1.00000 6.19463 6.20104 0.10

2.00000 14.84392 14.86248 0.13

3.00000 33.67717 33.72135 0.13

4.00000 75.33896 75.43917 0.13

>>